

Partiel de :

Semestre 1 (Decembre 09)

La calculatrice et la table de la loi normale sont autorisés, ainsi qu'une fiche 10×15 cm. Ce sujet contient 40 affirmations justes, et 40 fausses. Vous aurez +1 à chaque valeur de vérité trouvée, -1 à chaque erreur (et 0 en absence de réponse). Les notes seront ajustées à l'intervalle $[0; 20]$ (les notes négatives auront 0).

Q. 1. Soit \mathcal{R} une relation binaire définie sur un ensemble E , de graphe G . \mathcal{R} est dite réflexive si, lorsque x est en relation avec y , alors y est en relation avec x . L'assertion proposée est vraie ou fausse ?

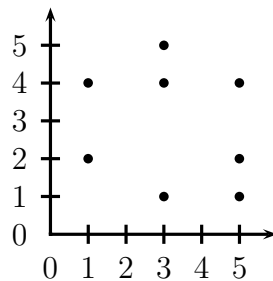
Q. 2. Soit t_1 et t_2 deux termes exprimés dans une algèbre de Boole munie des opérateurs classiques $+$, \cdot et $\bar{}$. Si $t_1 + t_2 = 1$ alors $t_1 = 1$ et t_2 a une valeur quelconque, et vice versa. L'assertion proposée est vraie ou fausse ?

Q. 3. Soit \mathcal{R} une relation binaire. Pour tout x de E , il existe au plus un y de F tel que $x\mathcal{R}y$. L'assertion proposée est vraie ou fausse ?

Q. 4. Une application est une relation fonctionnelle telle que tout élément de l'ensemble de départ possède au moins une image. L'assertion proposée est vraie ou fausse ?

Q. 5. Une application est une relation binaire. L'assertion proposée est vraie ou fausse ?

Q. 6. Etant donnée la relation \mathcal{R} dans $C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ définie par les points figurant dans le diagramme cartésien :



Le domaine de \mathcal{R} est-il $\{1, 2, 3, 4, 5\}$?

Q. 7. $\sqrt{} : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ est surjective. L'assertion proposée est vraie ou fausse ?

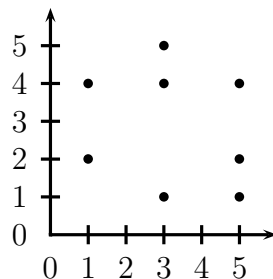
Q. 8. Soit \mathcal{R} une relation binaire définie sur un ensemble E , de graphe G . \mathcal{R} est dite transitive si $\forall x \in E, x\mathcal{R}x$. L'assertion proposée est vraie ou fausse ?

Q. 9. Les relations d'ordre sont les relations réflexive, symétrique et transitive. L'assertion proposée est vraie ou fausse ?

Q. 10. Soit \mathcal{R} une relation binaire définie sur un ensemble E , de graphe G . \mathcal{R} est dite réflexive lorsque, si x est en relation avec y , et si y l'est avec z , alors x est en relation avec z . L'assertion proposée est vraie ou fausse ?

Q. 11. Soit R la relation dans $A = \{1, 2, 3, 4\}$ définie par $R = \{(1, 3), (1, 4), (3, 2), (3, 3), (3, 4)\}$. A-t-on $R^{-1} = \{(1, 3), (1, 4), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (1, 3), (1, 4), (3, 2), (3, 3), (3, 4)\}$?

Q. 12. Etant donnée la relation \mathcal{R} dans $C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ définie par les points figurant dans le diagramme cartésien :



Le domaine de \mathcal{R} est-il $\{1, 3, 5\}$?

Q. 13. Soit \mathcal{R} une relation binaire. $\forall x, x\mathcal{R}x$. L'assertion proposée est vraie ou fausse ?

Q. 14. Soit \mathcal{R} une relation binaire définie sur un ensemble E , de graphe G . \mathcal{R} est dite réflexive si, lorsque x est en relation avec y , alors y est en relation avec x . L'assertion proposée est vraie ou fausse ?

Q. 15. $|$ est une relation d'ordre dans \mathbb{Z} . L'assertion proposée est vraie ou fausse ?

Q. 16. (\mathbb{R}, \leq) est un ensemble ordonné. L'assertion proposée est vraie ou fausse ?

Q. 17. Les relations d'ordre sont les relations symétrique, antisymétrique et transitive. L'assertion proposée est vraie ou fausse ?

Q. 18. Une application est une relation binaire. L'assertion proposée est vraie ou fausse ?

Q. 19. $(\mathbb{N}, |)$ est un ensemble ordonné. L'assertion proposée est vraie ou fausse ?

Q. 20. $\sin : \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$ est injective. L'assertion proposée est vraie ou fausse ?

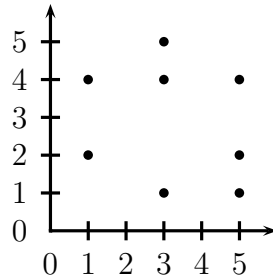
Q. 21. $\mathcal{R} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, xy = 1\}$ est une relation fonctionnelle. L'assertion proposée est vraie ou fausse ?

Q. 22. Soit \mathcal{R} une relation binaire définie sur un ensemble E , de graphe G . \mathcal{R} est dite antisymétrique si $\forall x \in E, (x, x) \in G$. L'assertion proposée est vraie ou fausse ?

Q. 23. Dans une algèbre de Boole munie des opérateurs classiques $+$, \cdot et $\bar{}$, on considère l'expression $E = \bar{a}(a+b)(a+c)(a+d)(a+e)$. La version la plus réduite de E est $\bar{a}bcde$. L'assertion proposée est vraie ou fausse ?

Q. 24. $(\mathbb{N}^*, |)$ est un ensemble ordonné. L'assertion proposée est vraie ou fausse ?

Q. 25. Etant donnée la relation \mathcal{R} dans $C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ définie par les points figurant dans le diagramme cartésien :



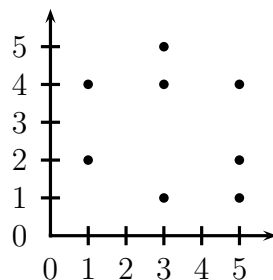
On propose les affirmations suivantes :

1. $1\mathcal{R}4$;
2. $2\mathcal{R}5$;
3. $3\mathcal{R}1$;
4. $5\mathcal{R}3$.

Toutes les relations sont-elles vraies ?

Q. 26. Dans une algèbre de Boole munie des opérateurs classiques $+$, \cdot et $\bar{}$, on considère l'expression $E = \bar{a}(a+b)(a+c)(a+d)(a+e)$. La version la plus réduite de E est 1. L'assertion proposée est vraie ou fausse ?

Q. 27. Etant donnée la relation \mathcal{R} dans $C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ définie par les points figurant dans le diagramme cartésien :



On propose les affirmations suivantes :

1. $1\mathcal{R}4$;
2. $2\mathcal{R}5$;
3. $3\mathcal{R}1$;
4. $5\mathcal{R}3$.

L'item 4 est-il toujours faux ?

Q. 28. $x\mathcal{R}y \iff$ « x et y ont le même reste dans une division par 2 » est une relation d'ordre sur les entiers strictement positifs. L'assertion proposée est vraie ou fausse ?

Q. 29. Une application de E dans F est telle que $\forall x \in E$, il existe un unique élément $y \in F$ en relation avec x . L'assertion proposée est vraie ou fausse ?

Q. 30. Soit \mathcal{R} une relation binaire définie sur un ensemble E , de graphe G . \mathcal{R} est dite réflexive si $\forall x \in E, x\mathcal{R}x$. L'assertion proposée est vraie ou fausse ?

Q. 31. $\mathcal{R} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, y - x + 2 = 0\}$ est une relation binaire. L'assertion proposée est vraie ou fausse ?

Q. 32. $\sin : \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$ est injective. L'assertion proposée est vraie ou fausse ?

Q. 33. Soit \mathcal{R} une relation binaire. Le graphe de \mathcal{R} est symétrique par rapport à la diagonale. L'assertion proposée est vraie ou fausse ?

Q. 34. Soit \mathcal{R} une relation binaire définie sur un ensemble E , de graphe G . \mathcal{R} est dite réflexive si la diagonale de E^2 est incluse dans G . L'assertion proposée est vraie ou fausse ?

Q. 35. Les relations d'ordre sont les relations réflexive, symétrique et transitive. L'assertion proposée est vraie ou fausse ?

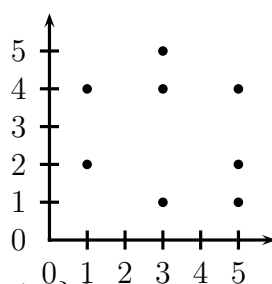
Q. 36. Une application injective est une application telle que tout élément de l'ensemble d'arrivée possède au plus un antécédent. L'assertion proposée est vraie ou fausse ?

Q. 37. Soit \mathcal{R} une relation binaire définie sur un ensemble E , de graphe G . \mathcal{R} est dite transitive lorsque, si x est en relation avec y , et si y l'est avec z , alors x est en relation avec z . L'assertion proposée est vraie ou fausse ?

Q. 38. Soit \mathcal{R} une relation binaire définie sur un ensemble E , de graphe G . \mathcal{R} est dite transitive si la diagonale de E^2 est incluse dans G . L'assertion proposée est vraie ou fausse ?

Q. 39. Une application surjective est une application telle que tout élément de l'ensemble d'arrivée possède au moins un antécédent. L'assertion proposée est vraie ou fausse ?

Q. 40. Etant donnée la relation \mathcal{R} dans $C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ définie par les points figurant dans le diagramme cartésien :



Le domaine de \mathcal{R} est-il $\{1, 3, 5\} \times \{1, 2, 4, 5\}$?

Q. 41. $\sin : \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$ est surjective. L'assertion proposée est vraie ou fausse ?

Q. 42. Une application de E dans F est telle que $\forall x \in E$, il existe un unique élément $y \in F$ en relation avec x . L'assertion proposée est vraie ou fausse ?

Q. 43. Les applications bijectives sont les applications injectives et surjectives. L'assertion proposée est vraie ou fausse ?

Q. 44. On a défini une relation binaire \mathcal{R} entre deux ensembles E et F lorsqu'on s'est donné une partie de $E \times F$. L'assertion proposée est vraie ou fausse ?

Q. 45. Soit \mathcal{R} une relation binaire. $\forall x, x\mathcal{R}x$. L'assertion proposée est vraie ou fausse ?

Q. 46. Soit \mathcal{R} une relation binaire définie sur un ensemble E , de graphe G . \mathcal{R} est dite transitive quand tout élément est en relation avec lui-même. L'assertion proposée est vraie ou fausse ?

Q. 47. Soit \mathcal{R} une relation binaire définie sur un ensemble E , de graphe G . \mathcal{R} est dite transitive si, lorsque x est en relation avec y , alors y est en relation avec x . L'assertion proposée est vraie ou fausse ?

Q. 48. « $x\mathcal{R}y$ si et seulement si $x + y$ est pair » est une relation d'ordre sur l'ensemble des entiers. L'assertion proposée est vraie ou fausse ?

Q. 49. $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2, |y| = \sqrt{x}\}$ est une relation fonctionnelle. L'assertion proposée est vraie ou fausse ?

Q. 50. \leq est une relation d'ordre dans \mathbb{R} . L'assertion proposée est vraie ou fausse ?

Q. 51. Soit \mathcal{R} une relation binaire définie sur un ensemble E , de graphe G . \mathcal{R} est dite antisymétrique si

$$\forall (x, y, z) \in E^3, (x, y) \in G \text{ et } (y, z) \in G \implies (x, z) \in G$$

. L'assertion proposée est vraie ou fausse ?

Q. 52. Soit R la relation dans $A = \{1, 2, 3, 4\}$ définie par $R = \{(1, 3), (1, 4), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (4, 3), (4, 1), (2, 3), (3, 3), (4, 3)\}$. A-t-on $R^{-1} = \{(3, 1), (4, 1), (2, 3), (3, 3), (4, 3)\}$?

Q. 53. $(\mathbb{Z}, |)$ est un ensemble ordonné. L'assertion proposée est vraie ou fausse ?

Q. 54. On considère 4 variables booléennes a, b, c et d . Le $+$ est le symbole du OU logique non exclusif, le \cdot est le symbole du ET logique et $\bar{}$ est la négation logique. L'expression $\bar{a} + \bar{b} + c + d$ vaut 1 si et seulement si $c \cdot d$ vaut 1. L'assertion proposée est vraie ou fausse ?

Q. 55. $|$ est une relation d'ordre dans \mathbb{N}^* . L'assertion proposée est vraie ou fausse ?

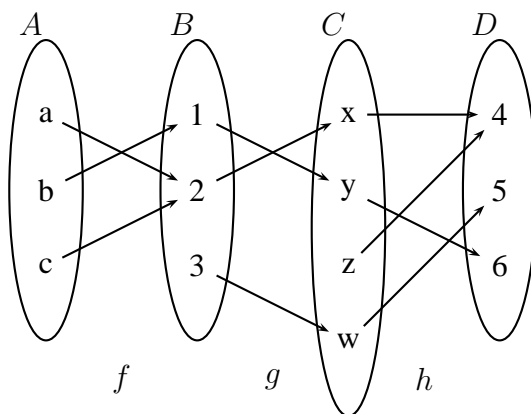
Q. 56. On considère 4 variables booléennes a, b, c et d . Le $+$ est le symbole du OU logique non exclusif, le \cdot est le symbole du ET logique et $\bar{}$ est la négation logique. L'égalité $a + b + c + d = 0$ est établie si et seulement si $a = b = c = d = 0$. L'assertion proposée est vraie ou fausse ?

Q. 57. Soit \mathcal{R} une relation binaire définie sur un ensemble E , de graphe G . \mathcal{R} est dite transitive si

$$\forall (x, y, z) \in E^3, x\mathcal{R}y \text{ et } y\mathcal{R}z \implies x\mathcal{R}z$$

. L'assertion proposée est vraie ou fausse ?

Q. 58. Etant données les fonctions $f : A \rightarrow B, g : B \rightarrow C$ et $h : C \rightarrow D$ définies par le diagramme suivants



f est-elle ni injective ni surjective ?

Q. 59. $(\mathbb{N}, |)$ est un ensemble ordonné. L'assertion proposée est vraie ou fausse ?

Q. 60. $x\mathcal{R}y \iff$ « x et y ont le même reste dans une division par 2 » est une relation d'ordre sur les entiers strictement positifs. L'assertion proposée est vraie ou fausse ?

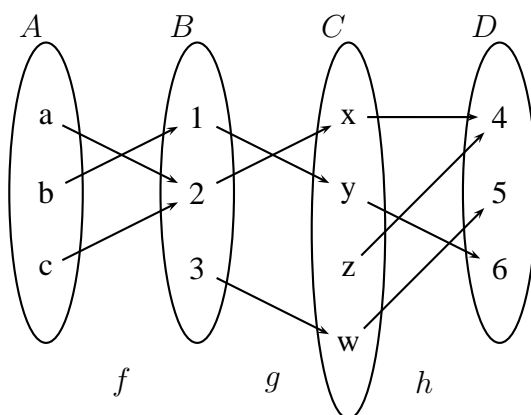
Q. 61. Une application injective est une application telle que tout élément de l'ensemble d'arrivée possède exactement un antécédent. L'assertion proposée est vraie ou fausse ?

Q. 62. Les applications bijectives sont les applications injectives et surjectives. L'assertion proposée est vraie ou fausse ?

Q. 63. Si $f : E \rightarrow F$ est bijective, alors tout élément de E possède exactement une image dans F . L'assertion proposée est vraie ou fausse ?

Q. 64. $\sin : [0, \pi] \rightarrow [-1, 1]$ est surjective. L'assertion proposée est vraie ou fausse ?

Q. 65. Etant données les fonctions $f : A \rightarrow B, g : B \rightarrow C$ et $h : C \rightarrow D$ définies par le diagramme suivants



$h \circ g$ est-elle surjective ?

Q. 66. Si $f : E \rightarrow F$ est bijective, alors tout élément de F possède exactement un antécédent dans E . L'assertion proposée est vraie ou fausse ?

Q. 67. Soit \mathcal{R} une relation binaire définie sur un ensemble E , de graphe G . \mathcal{R} est dite réflexive quand tout élément est en relation avec lui-même. L'assertion proposée est vraie ou fausse ?

Q. 68. Soit \mathcal{R} une relation binaire. Il est possible d'avoir $x\mathcal{R}y$ sans avoir $y\mathcal{R}x$. L'assertion proposée est vraie ou fausse ?

Q. 69. Soit \mathcal{R} une relation binaire définie sur un ensemble E , de graphe G . \mathcal{R} est dite transitive si, lorsque x est en relation avec y , alors y ne peut pas être en relation avec x (sauf si $x = y$). L'assertion proposée est vraie ou fausse ?

Q. 70. Une application bijective est surjective. L'assertion proposée est vraie ou fausse ?

Q. 71. $\sin : \mathbb{R} \longrightarrow [-1, 1]$ est surjective. L'assertion proposée est vraie ou fausse ?

Q. 72. \subset est une relation d'ordre dans $\mathcal{P}(E)$. L'assertion proposée est vraie ou fausse ?